

Ejercicio

Utilice el método de Runge Kutta de cuarto orden (RK4) con $h = 0.1$ para aproximar la solución de:

$$\frac{dy}{dx} = 3xy$$

$$y(1) = 1$$

en $1 \leq x \leq 2$. Adicionalmente, encuentre el error relativo porcentual.

Solución:

Escribimos el siguiente código en un Script de Matlab.

Código

```
%%--Método de Runge-Kutta de cuarto orden clásico--%%
clc; clear; close;

y0 = 1; %Condición inicial
h = 0.1; %Tamaño de incremento
vi = 1; %valor inicial del vector x
vf = 2; %valor final del vector x
x = (vi:h:vf); %vector x (valor inicial:incremento:valor final)
yRK4 = zeros(size(x)); %Prelocalización de vector solución (mejora el uso de memoria)

yRK4(1) = y0; %Condición inicial (solución en x = 1)

%Método de RK4
for n = 1:(numel(x)-1)
    k1 = 3*x(n)*yRK4(n) %primera aproximación a la pendiente
    k2 = 3*(x(n) + 0.5*h)*(yRK4(n) + 0.5*h*k1) %segunda aproximación a la pendiente
    k3 = 3*(x(n) + 0.5*h)*(yRK4(n) + 0.5*h*k2) %tercera aproximación a la pendiente
    k4 = 3*(x(n)+h)*(yRK4(n)+h*k3) %cuarta aproximación a la pendiente
    yRK4(n+1) = yRK4(n) + (h/6)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4) %aproximación a la solución
end

%Solución exacta (solución analítica)
Xexacta = (vi:0.001:vf);
yExacta = (1/4.4817)*exp((3/2)*Xexacta.^2);

%Gráfica
figure(1)
plot(x,yRK4,'b','Marker','o','LineWidth',2); hold on;
plot(Xexacta,yExacta,'r','LineWidth',2);
legend('y_{Aprox} (RK4)', 'y_{Exacta}', 'fontsize',14, 'FontWeight', 'bold');
xlabel('x'); ylabel('y');
set(gcf, 'color','w');
set(gca, 'linewidth',1.5, 'fontsize',16, 'FontWeight', 'bold');
box off

%Error relativo porcentual
yExacta = (1/4.4817)*exp((3/2)*x.^2); %solución exacta en cada punto de x (en este caso no usamos
%Xexacta porque para graficar necesitamos que el vector yExacta y x sean del mismo tamaño)
err = (abs(yExacta-yRK4)./yExacta).*100; %Error relativo porcentual (los puntos son necesarios ya
%que queremos operaciones entre elementos del vector)

figure(2)
plot(x,err,'or','LineWidth',2)
xlabel('x'); ylabel('Error relativo porcentual');
set(gcf, 'color','w');
set(gca, 'linewidth',1.5, 'fontsize',16, 'FontWeight', 'bold');
box off
```

